

Übungen zur Vorlesung „Einführung in die mathematische
Behandlung der Naturwissenschaften I“

1. !!!!!!! **BONUS Aufgabe !!!!!!!** (je 0.5 Punkte)

Abgabe - bis 12.00 Uhr, Dienstag, 11.01.2022.

Bestimmen Sie – falls vorhanden – die Grenzwerte

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x)}{x^2 \cos x}$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^3 + n} - n}$

Hinweis: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$

2. Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich, die Nullstellen, die Symmetrie, das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$, für $x \rightarrow 0 \pm 0$, für $x \rightarrow 1 \pm 0$ und für $x \rightarrow -1 \pm 0$ von

$$f(x) = \frac{x^4}{(x^2 - 1)|x|}.$$

Erstellen Sie einen Graphen der Funktion f . Falls Unstetigkeitsstellen auftreten, geben Sie deren Typ an.

3. Skizzieren Sie die Funktionen:

a)
$$y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

b)
$$y = \frac{\sin^2(x^2 - 1)}{x^2 - 1}$$

c)
$$y = \frac{x^4}{x^2 - x}$$

und geben Sie den maximalen Definitionsbereich an. Falls Unstetigkeitsstellen auftreten, geben Sie deren Typ an.



4. Bestimmen Sie jeweils den rechts- und linksseitigen Grenzwert an der Stelle $x = 0$ für die folgenden Funktionen und schließen Sie auf Stetigkeit.

a) $f(x) = \frac{1}{2}(x + |x|)$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}(x^2 + 1) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

