Universität München
Department Chemie
Lehrbereich Phys. Chemie
Prof. Dr. H. Ebert

WS 21/22
Blatt 12
25. 01. 2022

Übungen zur Vorlesung „Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften I“

1. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen, indem Sie den Differenzenquotienten berechnen und den Grenzwert bilden:

$$a) \qquad f(x) = \sqrt{x} \qquad\qquad b) \qquad f(x) = \sin^2(2x)$$

2. Benutzen Sie Summen-, Produkt-, und Quotientenregeln um ausgehend von $\frac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$, $\frac{d}{dx}e^x = e^x$ und $\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$ die Ableitungen folgender Funktionen zu bestimmen:

$$a) \qquad f(x) = (\sqrt{a} - \sqrt{x})^2 \qquad b) \qquad f(x) = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}$$

$$c) \qquad f(x) = 0.8\sqrt[4]{x} - \frac{x^3}{0.3} + \frac{1}{5x^2} \qquad d) \qquad f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$$

$$e) \qquad f(x) = x^3\, e^x \, \sin x$$

3. **!!!!! BONUS Aufgabe !!!!!**
Abgabe - *bis 12.00 Uhr, Dienstag, 25.01.2022.*
Ergebnisse - *am Mittwoch, 26.01.2022.*

Benutzen Sie Summen-, Produkt-, Quotienten-, sowie die Kettenregel um ausgehend von $\dfrac{d}{dx}x^a = ax^{a-1}$ und $\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$ die Ableitungen folgender Funktionen zu bestimmen:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}, \quad \frac{(\sin x + x)^2}{e^x + 1}, \quad \sum_{i=0}^{n} a_i x^n, \quad \sinh x, \quad \cosh x$$

Fakultative Aufgabe

Diese Aufgaben werden nicht in der Übung bearbeitet. Ihr Übungsleiter wird aber gern alle Fragen dazu beantworten.

F1. Benutzen Sie Summen-, Produkt-, Quotienten-, sowie die Kettenregel um ausgehend von $\frac{d}{dx}e^x = e^x$ und die Ableitungen folgender Funktionen zu bestimmen:

$$\tanh x, \quad \coth x$$

Lösung

1. $(\tanh x)' = \left(\frac{\sinh x}{\cosh x}\right)' = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}\right)' = \frac{(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2} = \frac{1}{\cosh^2 x},$

2. $(\coth x)' = \left(\frac{\cosh x}{\sinh x}\right)' = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}\right)' = \frac{(e^x - e^{-x})^2 - (e^x + e^{-x})^2}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2} = -\frac{1}{\sinh^2 x}$

F2. Bestimen Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen, falls sie existieren (die Regel von l'Hospital) :

$$\lim_{x\to 0} \sqrt[3]{\frac{e^x \ \cdot \sin\ x}{\ln(x+1)}} \qquad \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{5\cos\ x - \cos(5x)}{5\cot\ x - \cot(5x)}.$$